OSNOVE UMETNE INTELIGENCE

2021/22

preiskovanje problemskega prostora

neinformirani preiskovalni algoritmi

Pridobljeno znanje s prejšnjih predavanj

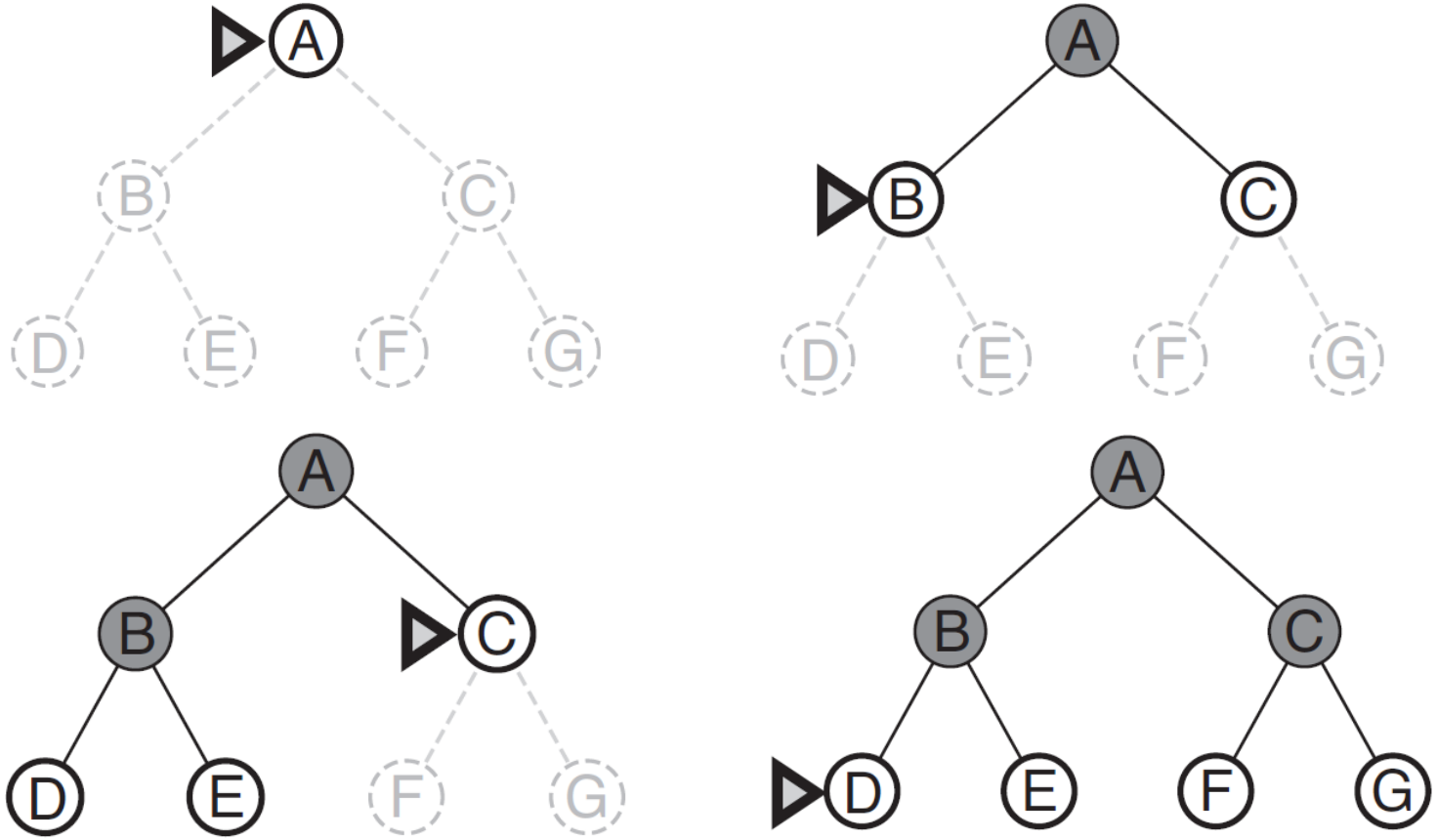
- **strojno učenje**
  - nenadzorovano učenje
    - **hierarhično gručenje** (združevalno, delilno)
      - dendrogram, rezanje dendrograma
      - merjenje razdalj med primeri, med gručami in med gručo-primerom
    - **metoda k voditeljev**
      - iterativna optimizacija, premikanje centroidov
      - občutljivost na začetno inicializacijo
- **preiskovanje**
  - definicija in cilji področja
  - primeri umetnih in realnih problemov

Preiskovanje

- problem: velika kombinatorična eksplozija možnih stanj
- preiskovalni algoritmi:
  - **neinformirani**: razpolagajo samo z definicijo problema
    - iskanje v širino (*breadth-first search*)
    - iskanje v globino (*depth-first search*)
    - iterativno poglabljanje (*iterative deepening*)
    - cenovno-optimalno iskanje (*uniform-cost search*)
  - **informirani**: razpolagajo tudi z dodatno informacijo (domensko znanje, hevristične ocene), kako bolj učinkovito najti rešitev
    - algoritem A*
    - algoritem IDA*
    - prioritetno preiskovanje (*best-first search*)
    - algoritem RBFS (*recursive best-first search*)
    - plezanje na hrib (*hill climbing*)
    - iskanje v snopu (*beam search*)
    - …

Iskanje v širino

- angl. *Breadth-First Search (BFS)*
- strategija: vedno razvij najbolj **plitvo še nerazvito** vozlišče
  - implementacija: razvita vozlišča dodamo v vrsto (FIFO) za razvijanje



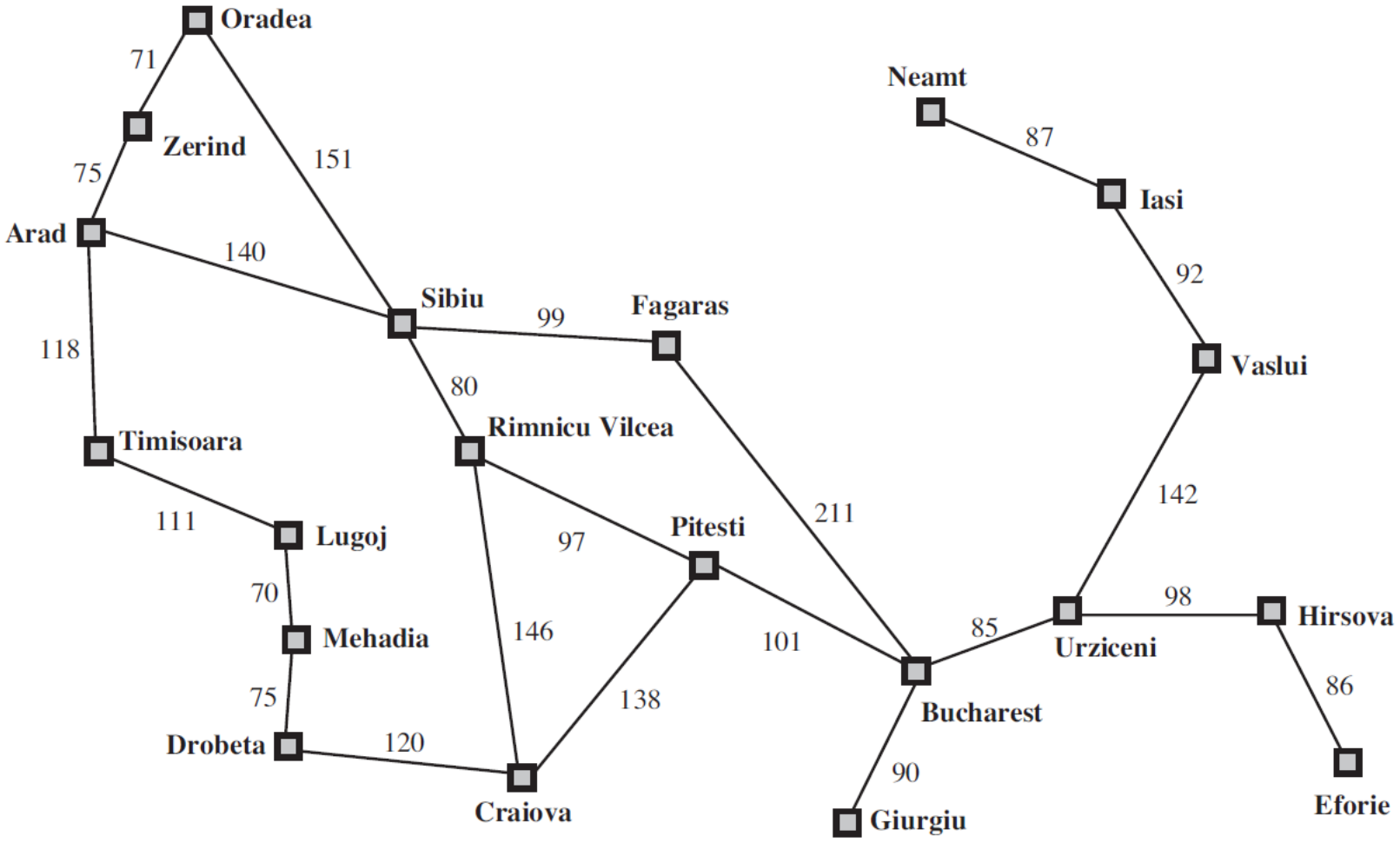
Iskanje v širino

primer iz: Russell, Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 3. izd., Pearson, 2010.

Rosamund Angel Watts, http://slideplayer.com/slide/10602451/

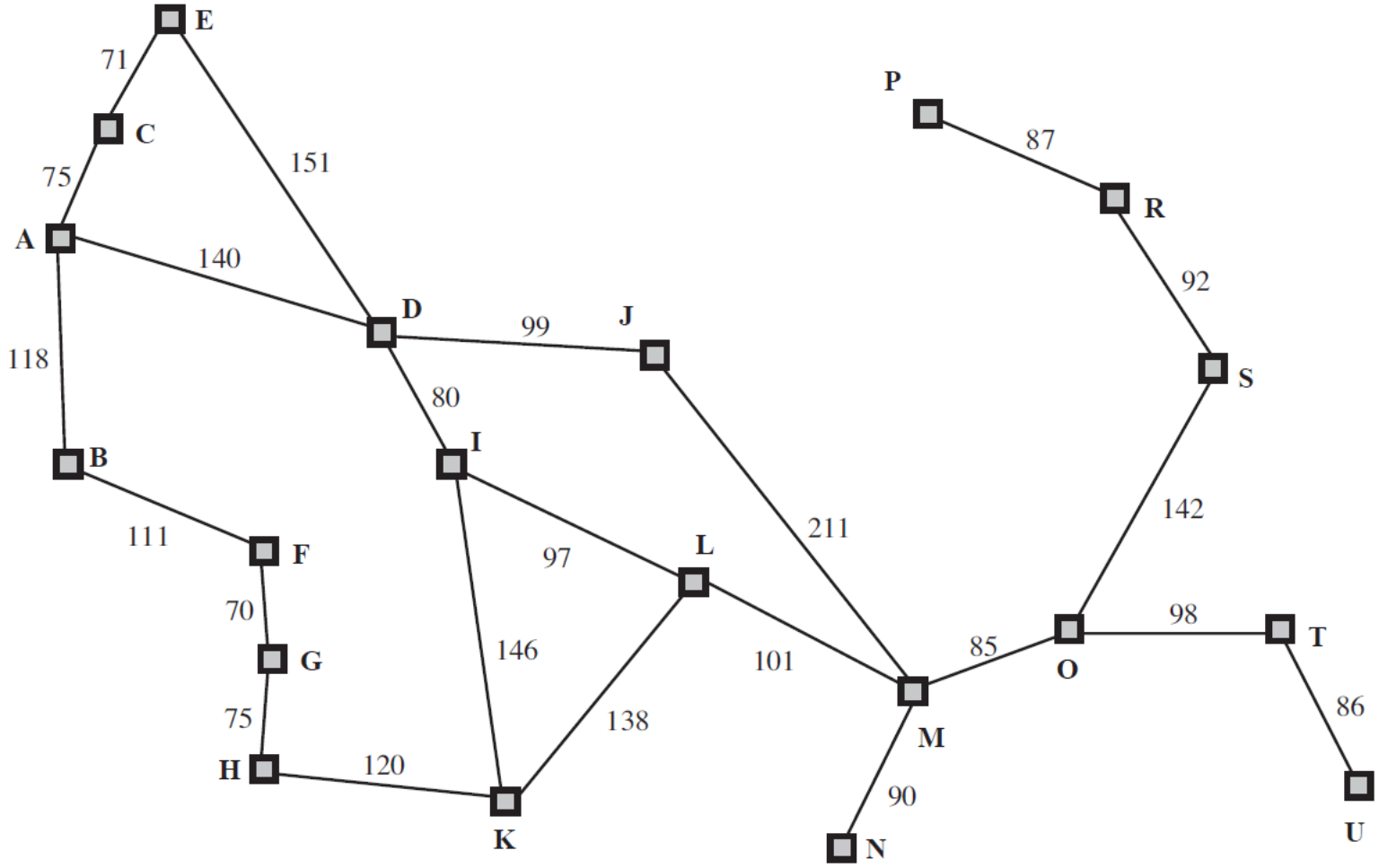
Iskanje v širino

primer iz: Russell, Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 3. izd., Pearson, 2010.



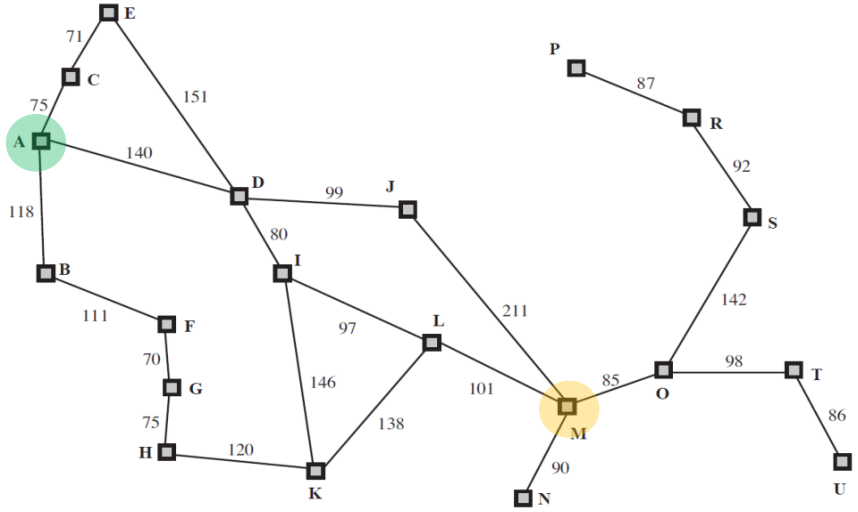
Iskanje v širino

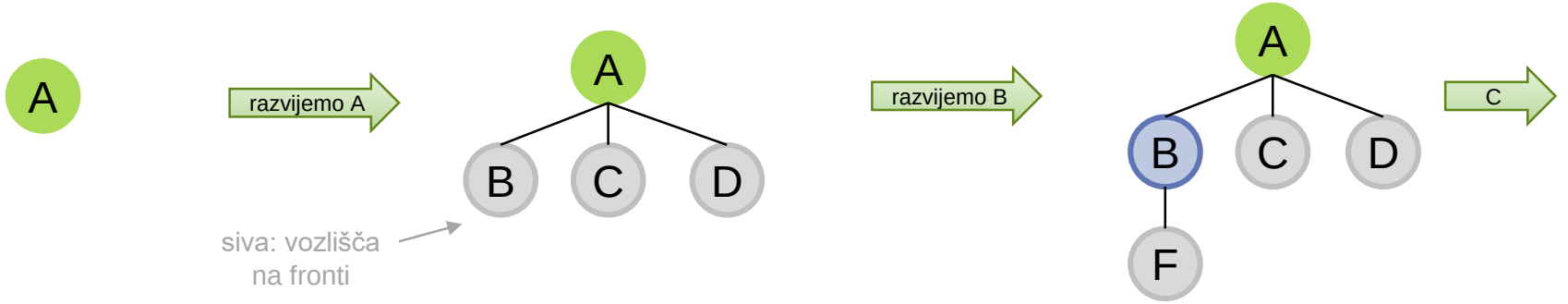
primer iz: Russell, Norvig, Artificial Intelligence: A Modern Approach, 3. izd., Pearson, 2010.

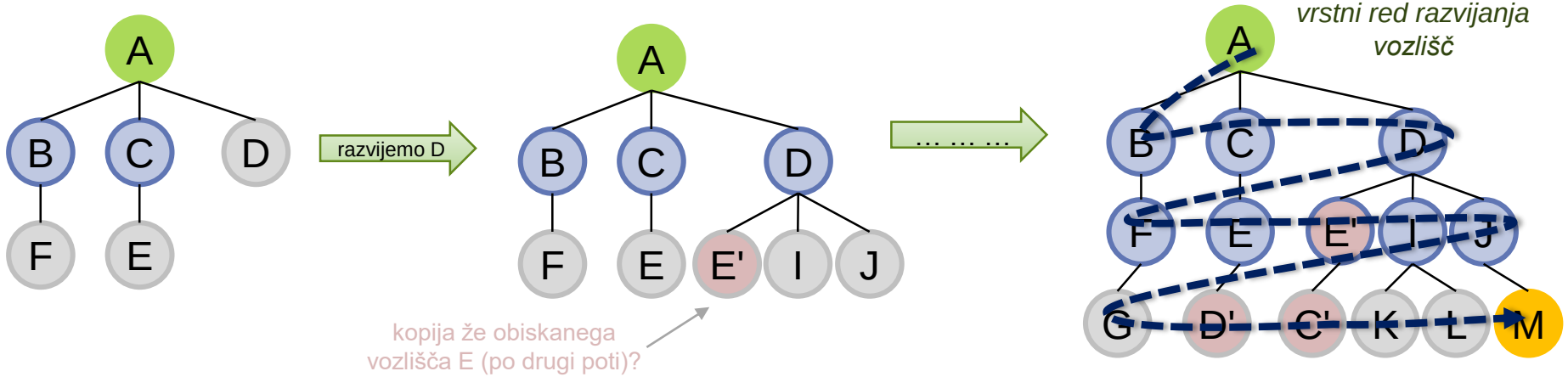


Iskanje v širino

- strategija: vedno razvij najbolj plitvo še nerazvito vozlišče
- odločimo se hraniti kopije že obiskanih vozlišč (zakaj?)
- vozlišča, ki sklenejo cikel, takoj zavržemo (zakaj, je nujno?)

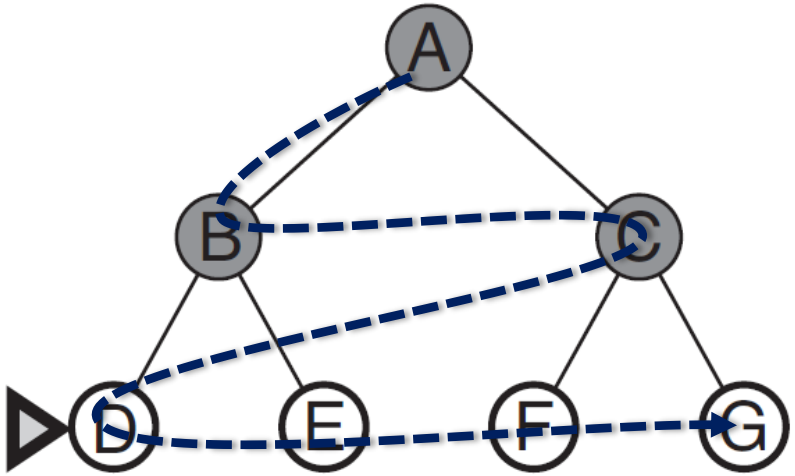






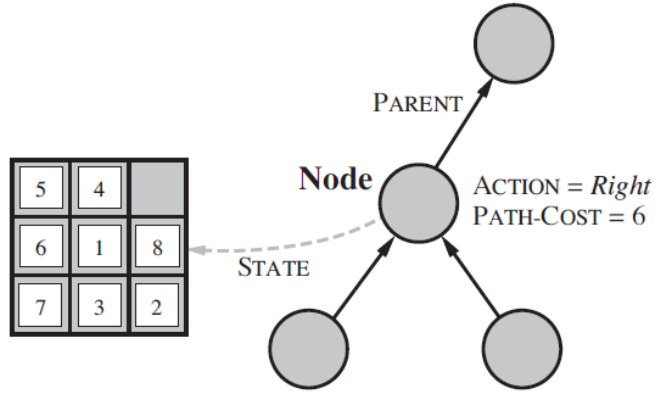
Iskanje v širino

- pojmi:
  - **razvijanje** vozlišča – **generiranje** naslednikov
  - **fronta** – listi drevesa, ki so kandidati za razvijanje (**FIFO vrsta**)
- generira celoten nivo preden se premakne na naslednji nivo
- v spominu **mora pomniti vse alternativne poti**, ki so kandidati, da bodo podaljšane do ciljnega vozlišča
- zagotavlja, da najdemo **najkrajšo rešitev** (A-D-J-M)
  - pozor, v grafu so možni cikli (več poti vodi do ciljnega vozlišča M)
- možne **implementacije** in **pomisleki**:
  - **detekcija ciljnega vozlišča**, dve možnosti:
    - ciljno vozlišče zaznamo šele, ko ga želimo razviti
    - ciljno vozlišče zaznamo, že ko ga generiramo (bolj optimalno)
  - **hranjenje kopij** že videnih vozlišč, da ali ne?
    - ne – pri BFS ni smiselno, ker imajo povezave enako ceno
    - da – kadar nas druga pot lahko pripelje do bolj optimalne rešitve (podane so različne cene povezav, potrebujemo algoritem, ki upošteva tudi cene na povezavah in ne samo vrstni red obiskovanja vozlišč; kasneje…)



Programska implementacija

- vozlišča v drevesu hranijo:
  - STANJE: opis stanja v problemskem prostoru
  - PREDHODNIK: kazalec na predhodnika
  - AKCIJA: akcija, ki je iz predhodnika generirala vozlišče
  - CENA: cena poti od začetnega do trenutnega vozlišča

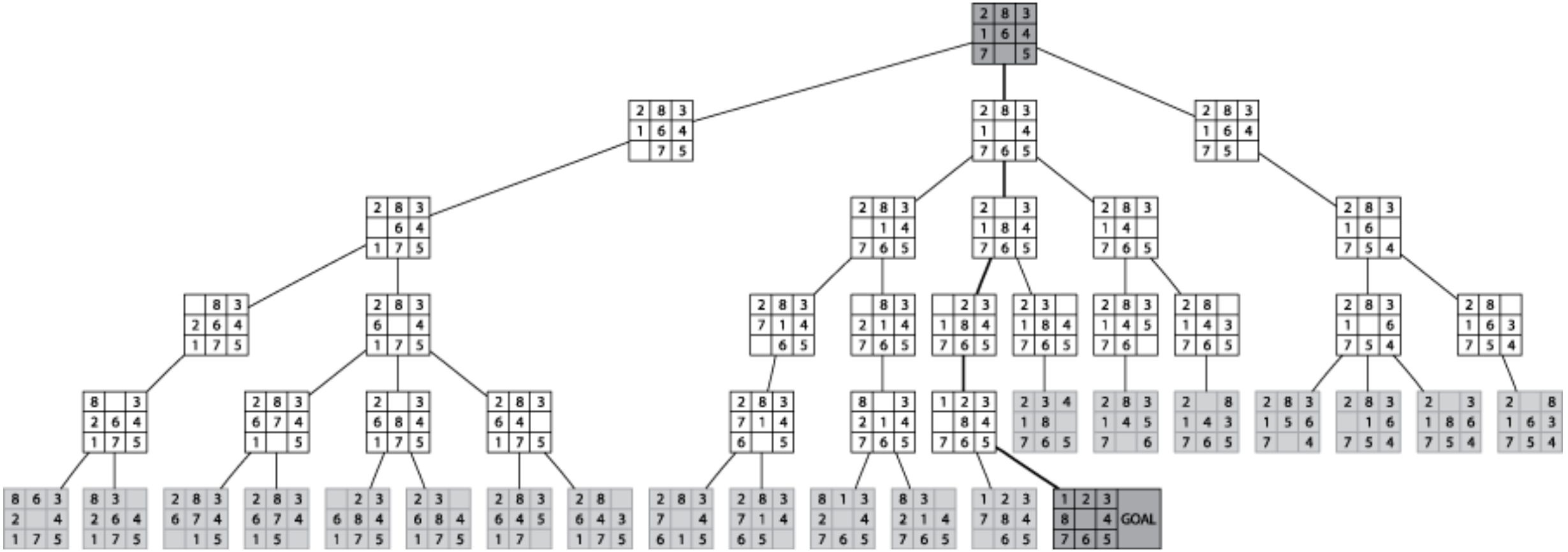



```
function iskanje(problem) {
    vozlišče <- problem.začetno_stanje, cena=0
    if (cilj(vozlišče.stanje)) return rešitev=vozlišče
    fronta <- vozlišče
    obiskana <- ∅
    while(true) {
        if (fronta== ∅) return rešitev= ∅
        vozlišče <- izberi(fronta)
        fronta <- fronta - vozlišče
        obiskana <- obiskana + vozlišče.stanje
        foreach naslednik in nasledniki(vozlišče) {
            if ((naslednik.stanje ∉ obiskana) && (naslednik ∉ fronta))
                    if (cilj(naslednik.stanje) return rešitev=naslednik
                    fronta <- fronta + naslednik
    }
}
```

način dela s fronto določa strategijo preiskovalnega algoritma

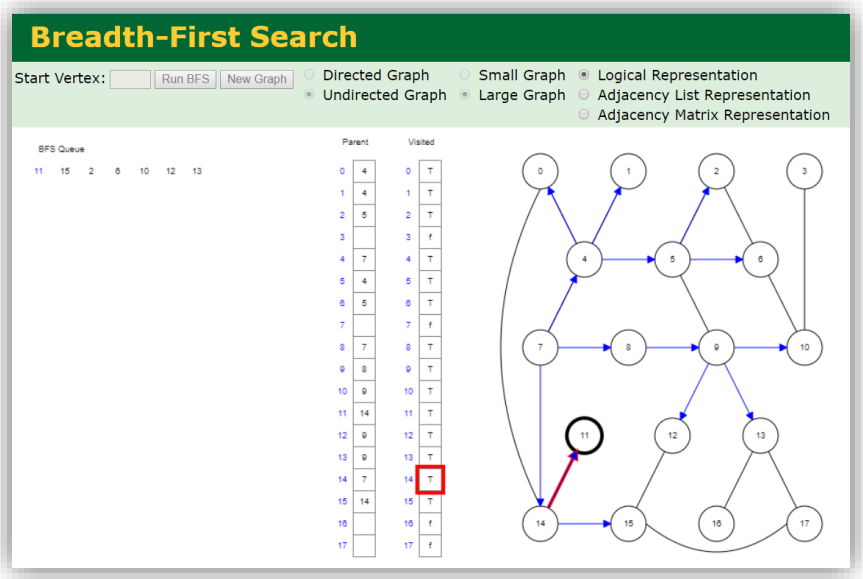
hranjenje obiskanih stanj, do katerih lahko pridemo po različnih poteh, omogoča preprečitev ciklanja preiskovanja

Primer: igra 8 ploščic

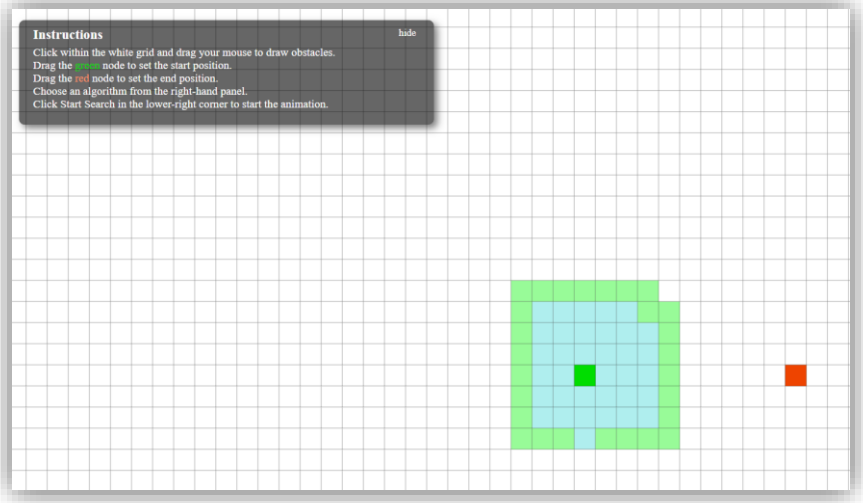


Demo

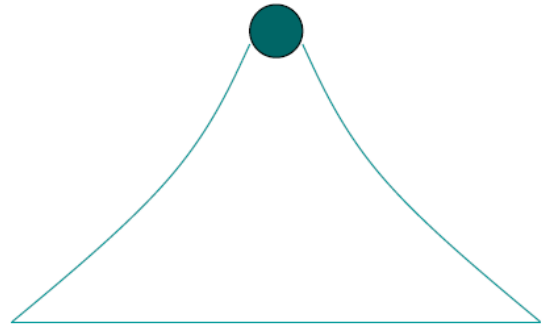
- Data Structure Visualizations
  https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/BFS.html



- PathFinding
  https://qiao.github.io/PathFinding.js/visual/



Učinkovitost iskanja v širino



- za potrebe analize predpostavimo, da je prostor stanj drevo višine $\boldsymbol{d}$ (*depth*) in stopnje vejanja $\boldsymbol{b}$ (*branching factor*)
  - na nivoju d imamo torej b^d vozlišč

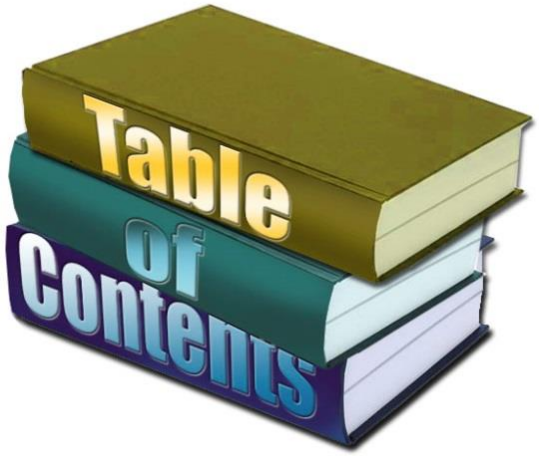
- **POPOLNOST** (angl. *completeness*):
  Ali algoritem zagotovo najde rešitev, če le-ta obstaja?
  - DA! (če je le b končen)
- **OPTIMALNOST** (angl. *optimality*):
  Ali iskanje najde optimalno (najboljšo možno rešitev)?
  - BFS da (če je optimalna najkrajša pot), vendar v splošnem (cena povezav ni 1) to ni nujno.
- **ČASOVNA ZAHTEVNOST**:
  - generirano število vozlišč je $b + b^2 + b^3 + \cdots + b^d = O(b^d)$
  - torej: eksponentna časovna zahtevnost glede na d
- **PROSTORSKA ZAHTEVNOST**:
  - hraniti mora $O(b^{d-1})$ razvitih vozlišč in $O(b^d)$ v fronti – skupaj $O(b^d)$

Zahtevnost iskanja v širino

- primer za faktor vejanja $b = 10$, hitrost generiranja 10^6 vozlišč/sekundo, potreben prostor 1000 bajtov/vozlišče

Globina	Vozlišč	Čas	Spomin
2	110	0,11 ms	107 kB
4	11.110	11 ms	10,6 MB
6	10^6	1,1 s	1 GB
8	10^8	2 minuti	103 GB
10	10^{10}	3 ure	10 TB
12	10^{12}	13 dni	1 PB
14	10^{14}	3,5 let	99 PB
16	10^{16}	350 let	10 EB

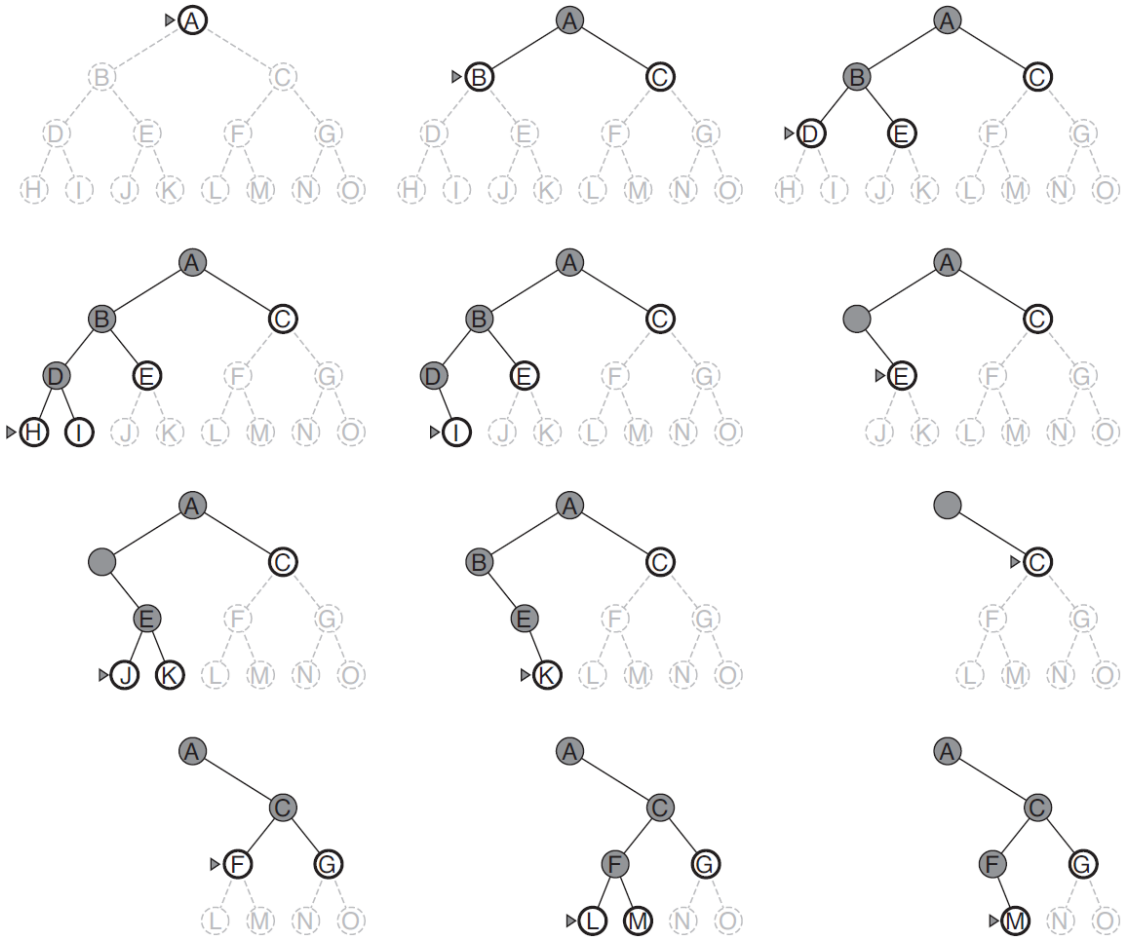
Pregled



- preiskovanje prostora stanj
  - definicija in cilji področja
  - primeri umetnih in realnih problemov
  - neinformirani preiskovalni algoritmi
    - iskanje v širino
    - iskanje v globino
    - iterativno poglabljanje
    - dvosmerno iskanje
    - cenovno – optimalno iskanje

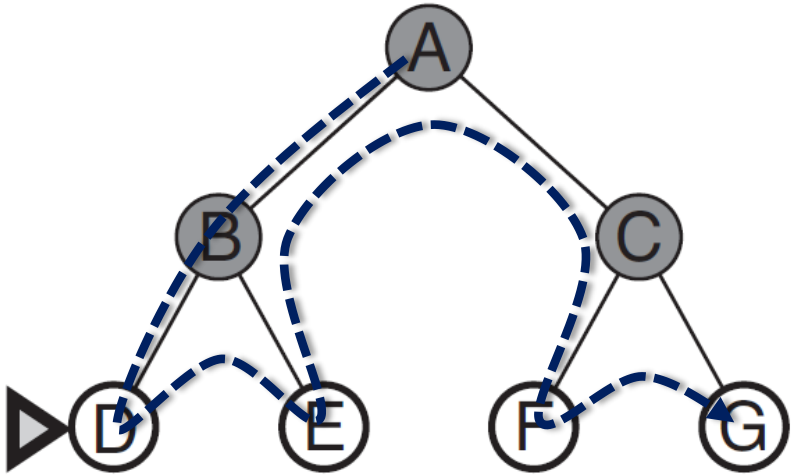
Iskanje v globino

- angl. *Depth-First Search (DFS)*
- strategija: najprej razvij **najglobje še nerazvito** vozlišče
  - implementacija: naslednike dodaj v sklad (LIFO) za razvijanje



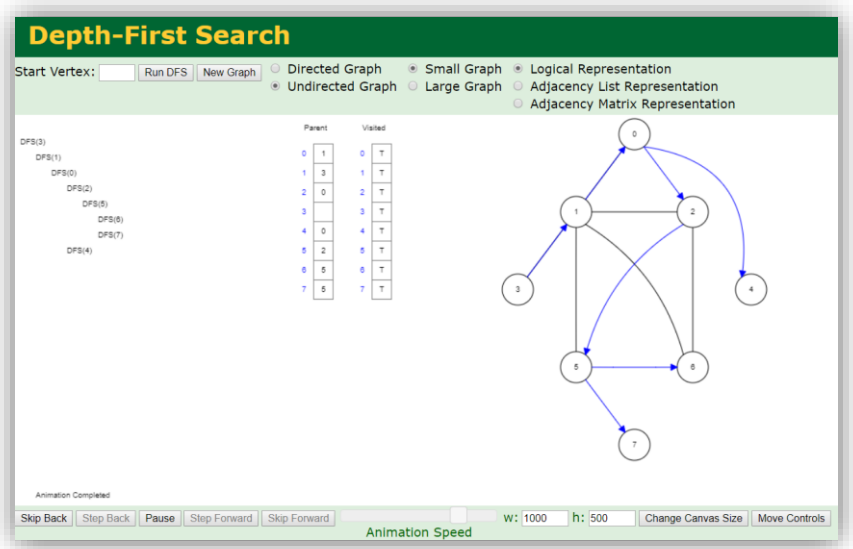
Iskanje v globino

- ne zagotavlja najkrajše rešitve
- nujno potrebno preprečevanje ciklov, možnost neskončno globokega prostora (neskončna globina)
- možna je preprosta implementacija z rekurzijo
- možna optimizacija: raziskanih vej nam ni treba hraniti v spominu (hranimo le pot od začetnega do trenutnega vozlišča)



Demo

- Data Structure Visualizations
  https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/DFS.html



Učinkovitost iskanja v globino

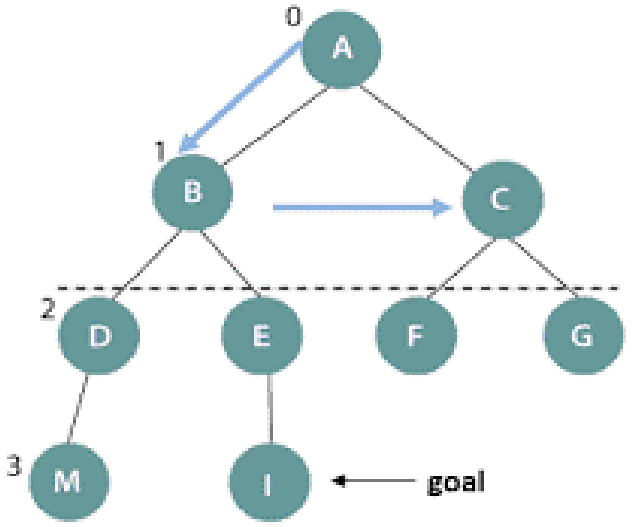
- za potrebe analize predpostavimo, da je prostor stanj drevo:
  - globina (*depth*) optimalne rešitve naj bo ***d***
  - stopnja vejanja (*branching factor*) naj bo ***b***
    na nivoju d imamo torej b^d vozlišč
  - največja globina drevesa naj bo **max**

- **POPOLNOST** (angl. *completeness*):
  - Neuspešen v prostorih z zankami in neskončno globino.
- **OPTIMALNOST** (angl. *optimality*):
  - Ne.
- **ČASOVNA ZAHTEVNOST**:
  - generirano število vozlišč $O(b^{max})$
- **PROSTORSKA ZAHTEVNOST**:
  - hraniti mora samo $O(bm)$ razvitih vozlišč (linearna prostorska zahtevnost!)

Iskanje v globino - izboljšave

- iskanje s sestopanjem (*backtracking search*):
  - namesto vseh naslednikov generiramo samo enega po enega
  - ➔ prostorska zahtevnost $O(m)$

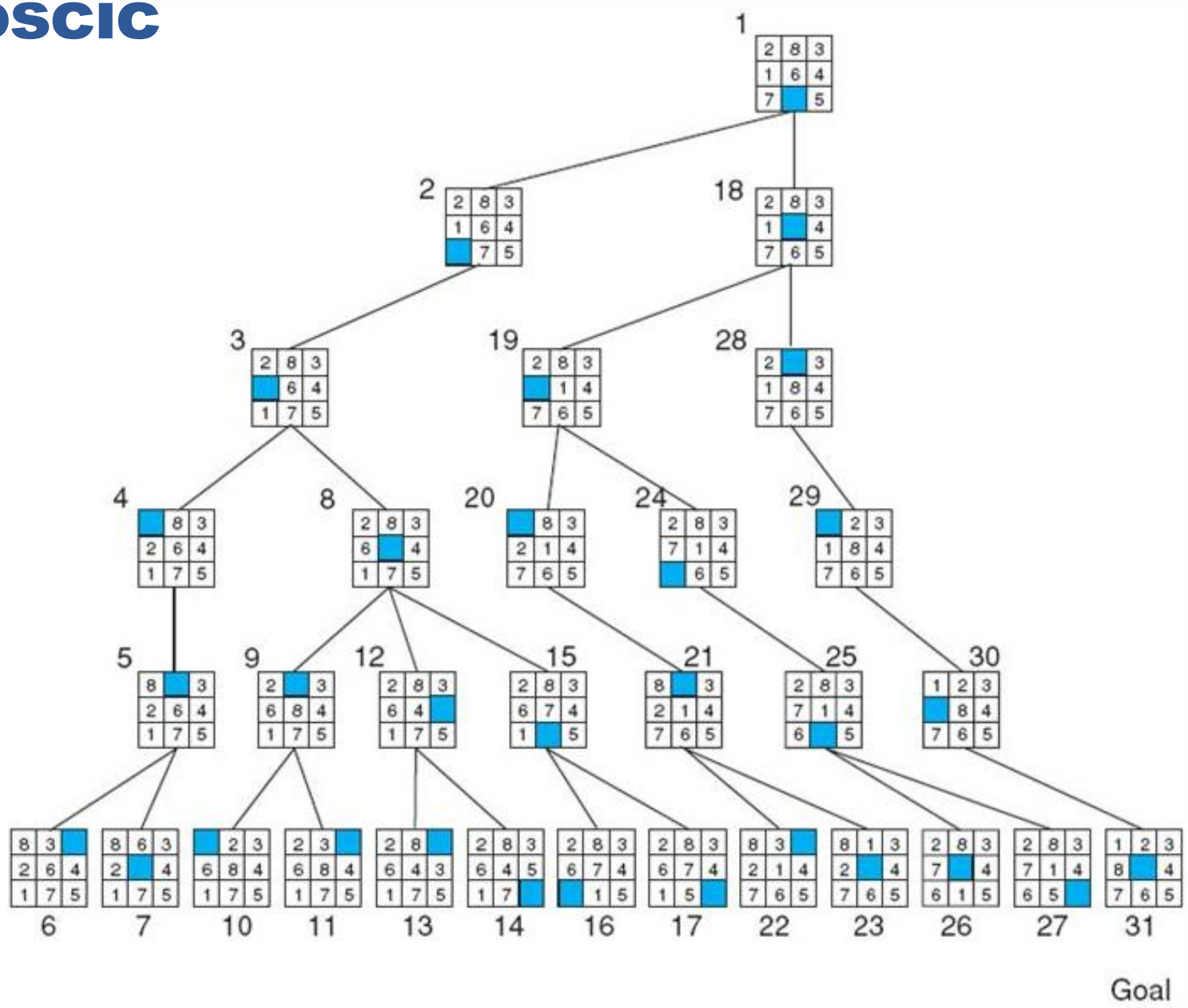
- iskanje z omejitvijo globine (*depth-limited search*):
  - vnaprej definiramo mejo globine l
  - vozlišča na globini l obravnavamo, kot da nimajo naslednikov
  - če izberemo $l < d$, je algoritem nepopoln (ne najde rešitve)
  - če izberemo $l > d$, je algoritem popoln, a neoptimalen
  - časovna zahtevnost je $O(b^l)$, prostorska pa $O(bl)$
  - pri določitvi l pomaga domensko znanje



- iterativno poglabljanje (angl. I*terative Deepening Search (IDS)*)

Primer: igra 8 ploščic

- iskanje z omejitvijo globine (d=6)

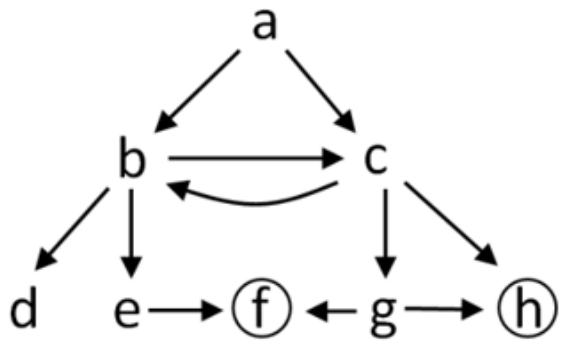


Naloga

- 1. izpit, 30. 1. 2018, 1. naloga

1. NALOGA:

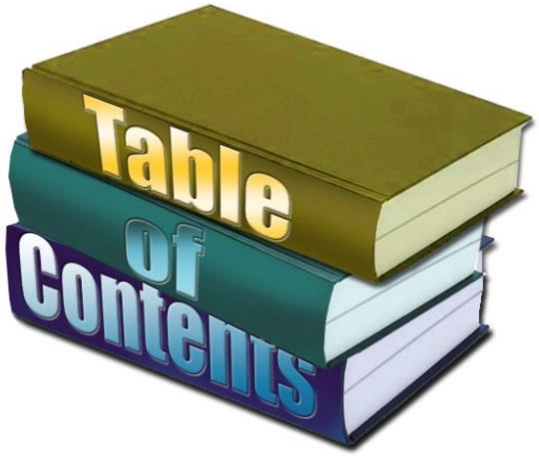
Naj bo a začetno vozlišče preiskovanja, f in h pa sta ciljni vozlišči. Algoritmi preiskovanja naj generirajo naslednike vozlišč po abecednem vrstnem redu. Npr. vrstni red naslednikov vozlišča c je: b, g, h. Vsi preiskovalni algoritmi preverjajo pogoj, ali je dano vozlišče ciljno šele ob času, ko se lotijo razvijanja tega vozlišča. Vsi preiskovalni algoritmi naj tudi razpoznavajo cikle in generirano vozlišče, ki sklene cikel, takoj zavržejo. Vendar pa obravnavajo graf kot drevo. Torej, če pridejo do kakega vozlišča N po različnih poteh, naredijo kopijo N' vozlišča N in obravnavajo N', kot da bi bilo novo vozlišče. Če imata dve vozlišči enako f-oceno, se najprej razvije tisto vozlišče, ki je bilo prej generirano.



a) Katero rešitveno pot vrne **iskanje v globino**? Kakšen je vrstni red generiranih vozlišč?

b) Katero rešitveno pot vrne **iskanje v širino**? Kakšen je vrstni red generiranih vozlišč?

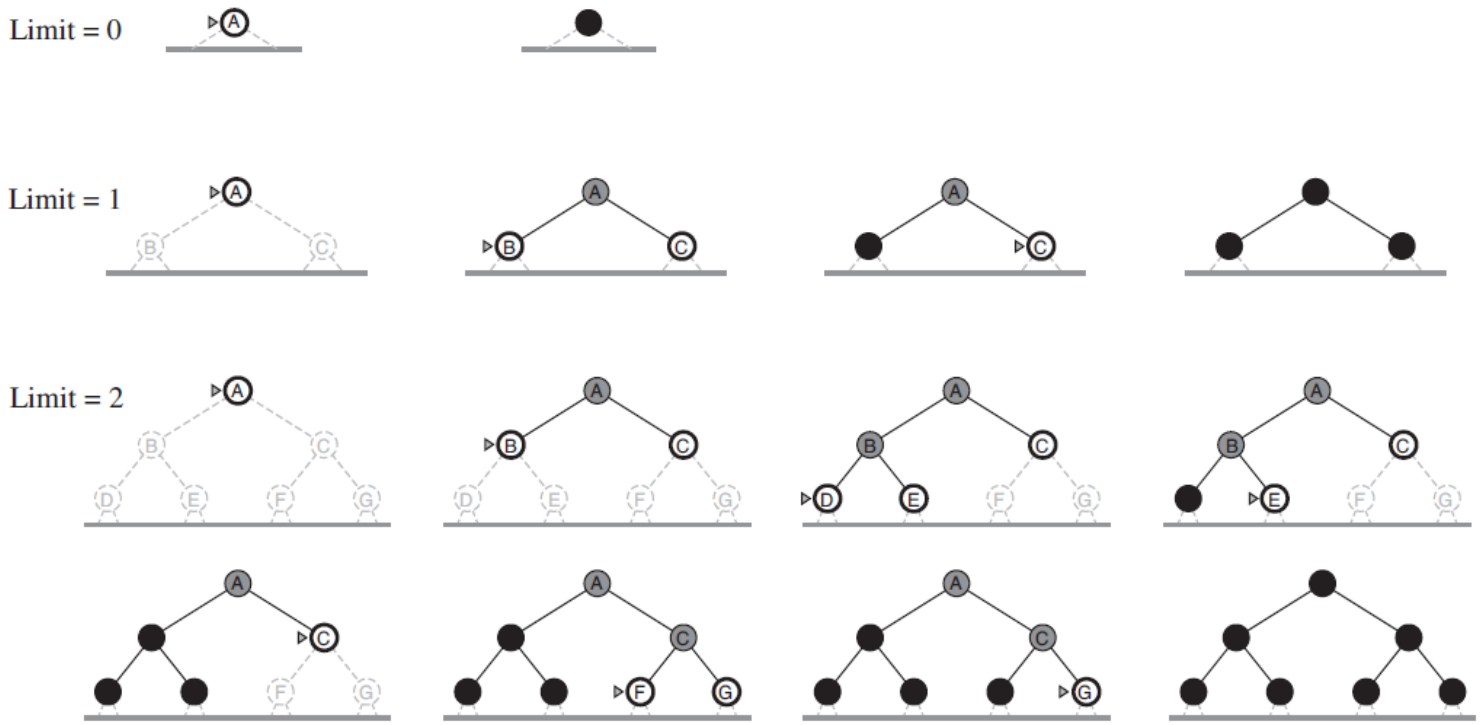
Pregled



- preiskovanje prostora stanj
  - definicija in cilji področja
  - primeri umetnih in realnih problemov
  - neinformirani preiskovalni algoritmi
    - iskanje v širino
    - iskanje v globino
    - iterativno poglabljanje
    - dvosmerno iskanje
    - cenovno – optimalno iskanje

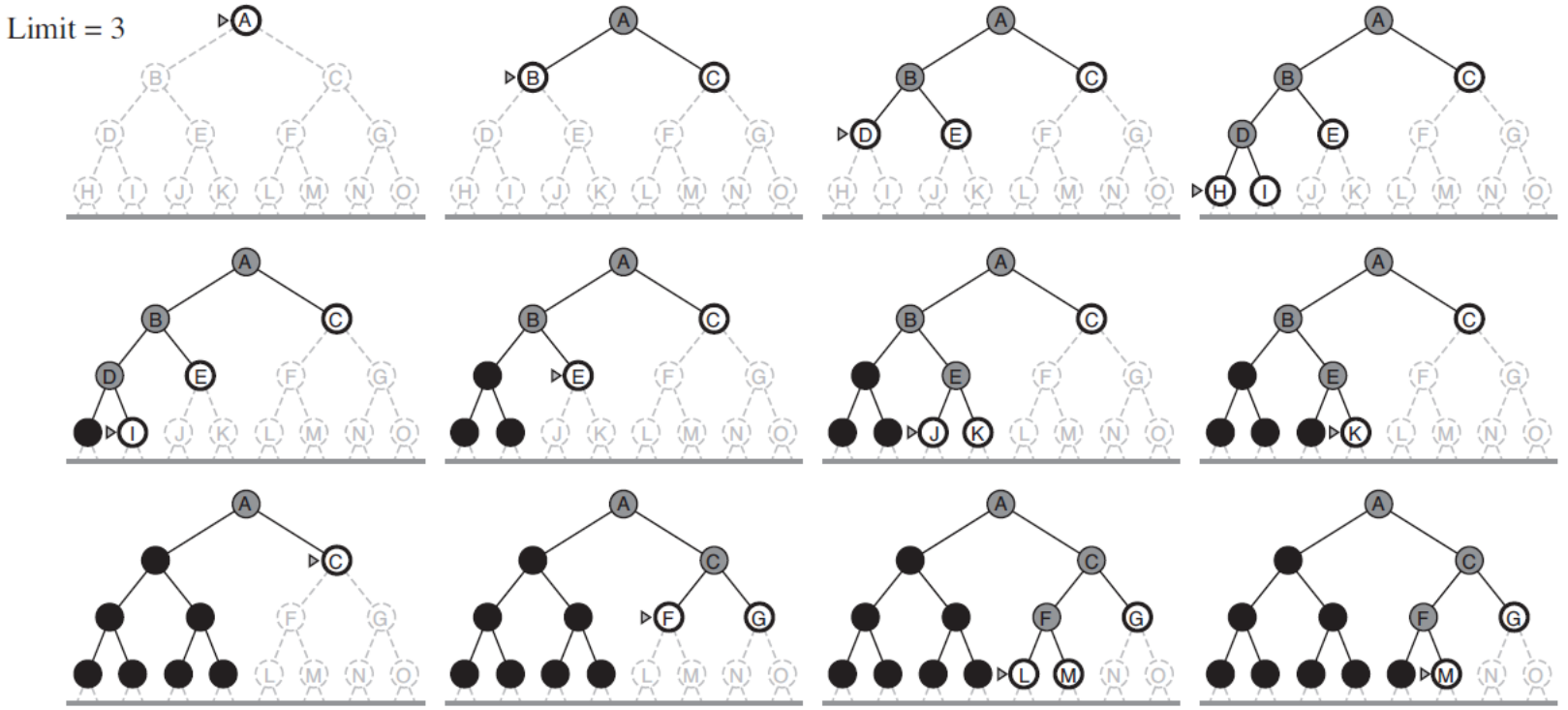
Iterativno poglabljanje

- problem globinsko omejenega iskanja v globino je nastavitev meje l
- rešitev: iterativno poglabljanje (*iterative deepening depth-first search*)
- strategija: začnimo z nizko mejo *limit* in jo povečujmo za 1, dokler ne najdemo rešitve. Na vsakem koraku poženimo iskanje v globino.



Iterativno poglabljanje

- problem globinsko omejenega iskanja v globino je nastavitev meje l
- rešitev: iterativno poglabljanje (*iterative deepening depth-first search*)
- strategija: začnimo z nizko mejo *limit* in jo povečujmo za 1, dokler ne najdemo rešitve. Na vsakem koraku poženimo iskanje v globino.



Učinkovitost iterativnega poglabljanja

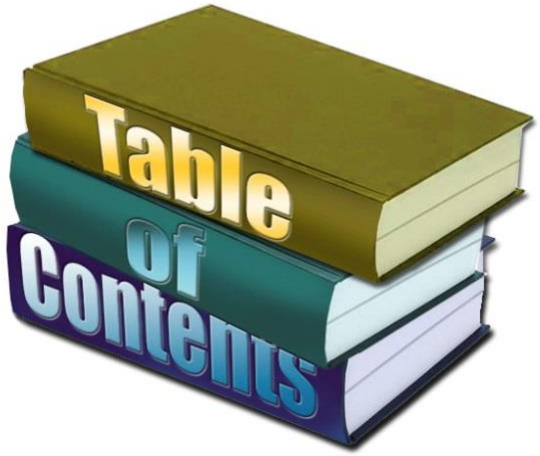
- **POPOLNOST** (angl. *completeness*):
  - Da.
- **OPTIMALNOST** (angl. *optimality*):
  - Da (v kolikor iščemo najkrajšo rešitev).
- **ČASOVNA ZAHTEVNOST**:
  - v iteracijah se ponavlja generiranje istih vozlišč znova
  - asimptotično gledano, je generirano število vozlišč enako kot pri iskanju v širino:

$$[\mathrm{b}] + [b + b^2] + \cdots [b + b^2 + \cdots + b^d]$$
$$= db + (d-1)b^2 + \cdots + 2b^{d-1} + b^d = O(b^d)$$

  - kljub višji ceni pa je ta cena še vedno sprejemljiva, ker se največ vozlišč generira na zadnjem nivoju (npr. za $b = 10$, $d = 5$, velja: $N(IDS) = 123.450$, $N(BFS) = 111.110$)
- **PROSTORSKA ZAHTEVNOST**:
  - hraniti mora samo $O(bd)$ razvitih vozlišč (linearna prostorska zahtevnost!)

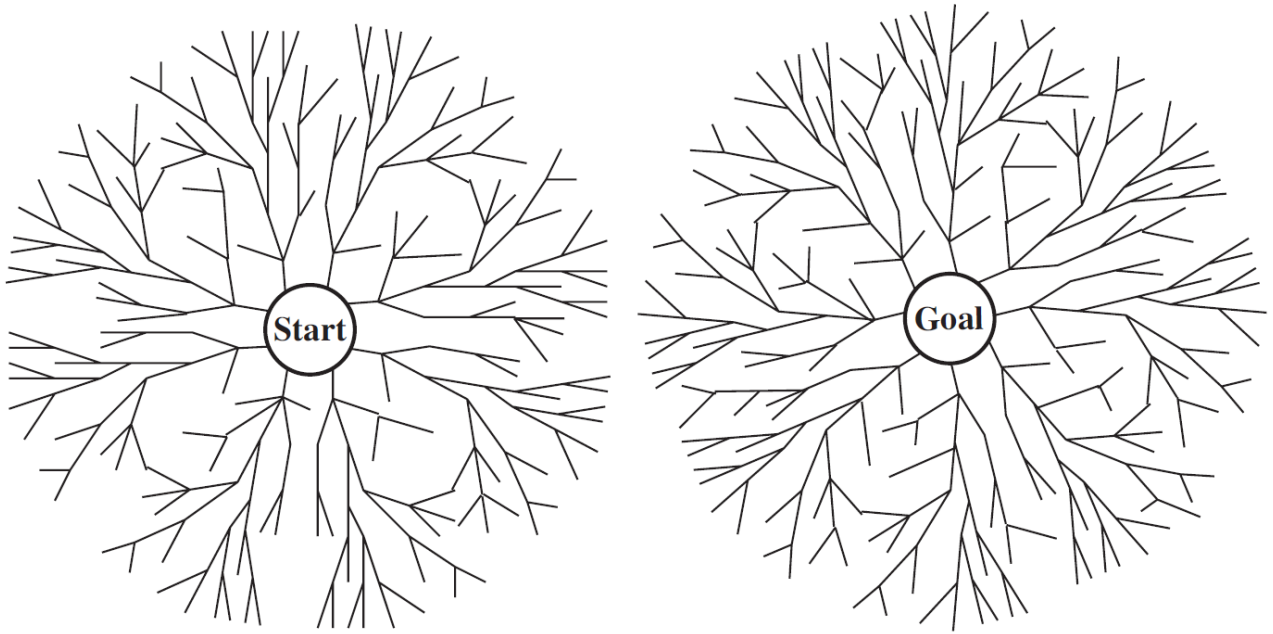
- **metoda torej kombinira prednosti iskanja v širino (popolnost, optimalnost) in iskanja v globino (linearna prostorska zahtevnost)**

Pregled



- preiskovanje prostora stanj
  - definicija in cilji področja
  - primeri umetnih in realnih problemov
  - neinformirani preiskovalni algoritmi
    - iskanje v širino
    - iskanje v globino
    - iterativno poglabljanje
    - dvosmerno iskanje
    - cenovno – optimalno iskanje

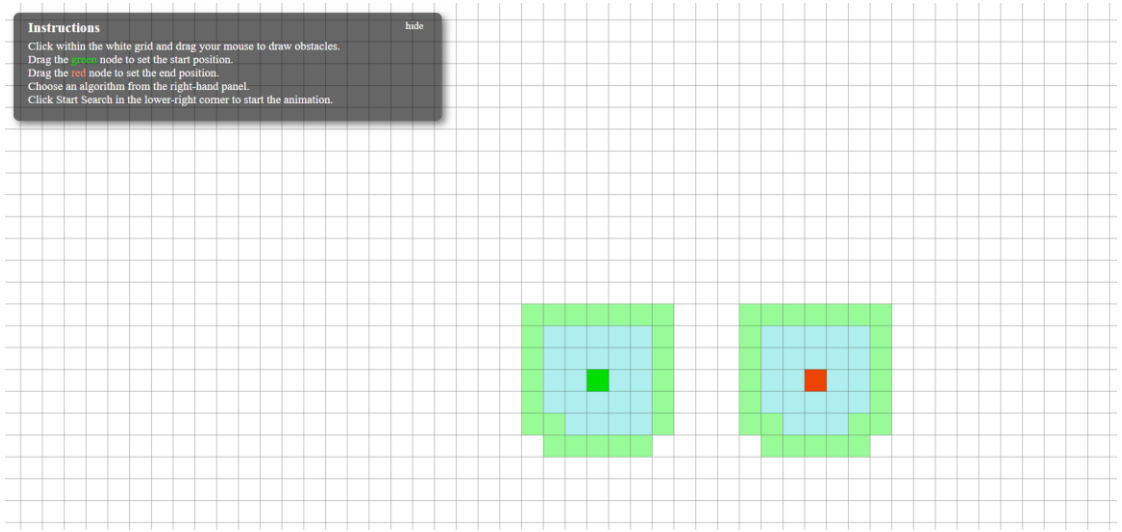
Dvosmerno iskanje



- ideja: pognati vzporedni iskanji od začetnega vozlišča proti cilju in vzvratno od cilja proti začetnemu vozlišču z upanjem, da se iskanji "srečata" na polovici poti
- motivacija: zaradi znižanja globine iskanja želimo doseči časovno zahtevnost $b^{d/2} + b^{d/2} = O(b^{d/2})$, kar je manj kot $O(b^d)$

Demo

- PathFinding
  https://qiao.github.io/PathFinding.js/visual/



Implementacija dvosmernega iskanja

- za izvedbo vzvratnega iskanja morajo vozlišča imeti kazalec na predhodnika
- ciljno vozlišče mora biti znano
  - pri igri 8 ploščic je npr. znano, pri uganki Sudoku pa ne
- uporabimo lahko poljuben preiskovalni algoritem
  - če uporabimo iskanje v širino, najde algoritem optimalno rešitev
- cilj iskanja preverja, ali obstaja med frontama obeh iskanj presečišče

- problemski prostor lahko redefiniramo tako, da en korak iskanja v "dvosmernem" prostoru predstavlja dva koraka (od začetka proti cilju in od cilja proti začetku) v originalnem prostoru
  - če v originalnem prostoru velja

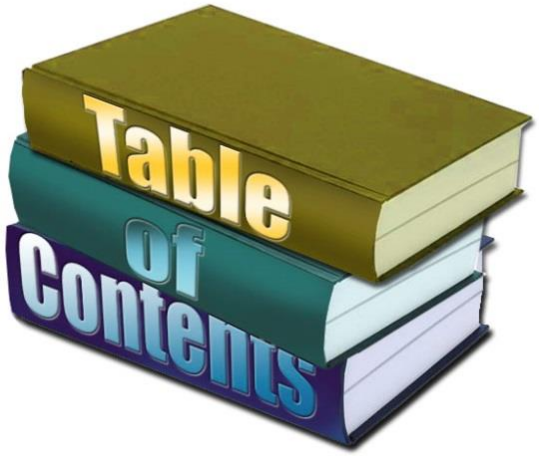
potem definiramo v novem prostoru novi vozlišči (S,E) in (S1, E1)

- v "dvosmernem" prostoru velja (S,E) → (S1, E1), če obstaja v "enosmernem" prostoru povezava med S → S1 in med E1 → E
- vozlišče (S,E) je v "dvosmernem" prostoru ciljno vozlišče, če velja E=S ali S → E

Primerjava časovnih zahtevnosti

Kriterij	Iskanje v širino	Iskanje v globino	Iskanje z omejitvijo globine	Iterativno poglabljanje	Dvosmerno iskanje
Popolnost	Da (če je b končen)	Ne	Ne	Da (če je b končen)	Da
Optimalnost	Da (če so cene enake)	Ne	Ne	Da (če so cene enake)	Da
Čas. zahtevnost	$O(b^d)$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Prost. zahtevnost	$O(b^d)$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$

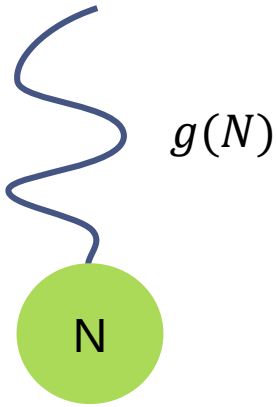
Pregled



- preiskovanje prostora stanj
  - definicija in cilji področja
  - primeri umetnih in realnih problemov
  - neinformirani preiskovalni algoritmi
    - iskanje v širino
    - iskanje v globino
    - iterativno poglabljanje
    - dvosmerno iskanje
    - cenovno – optimalno iskanje

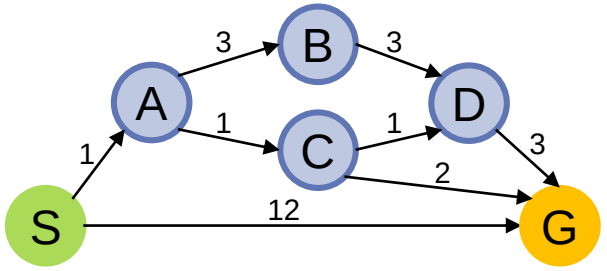
Cenovno-optimalno iskanje

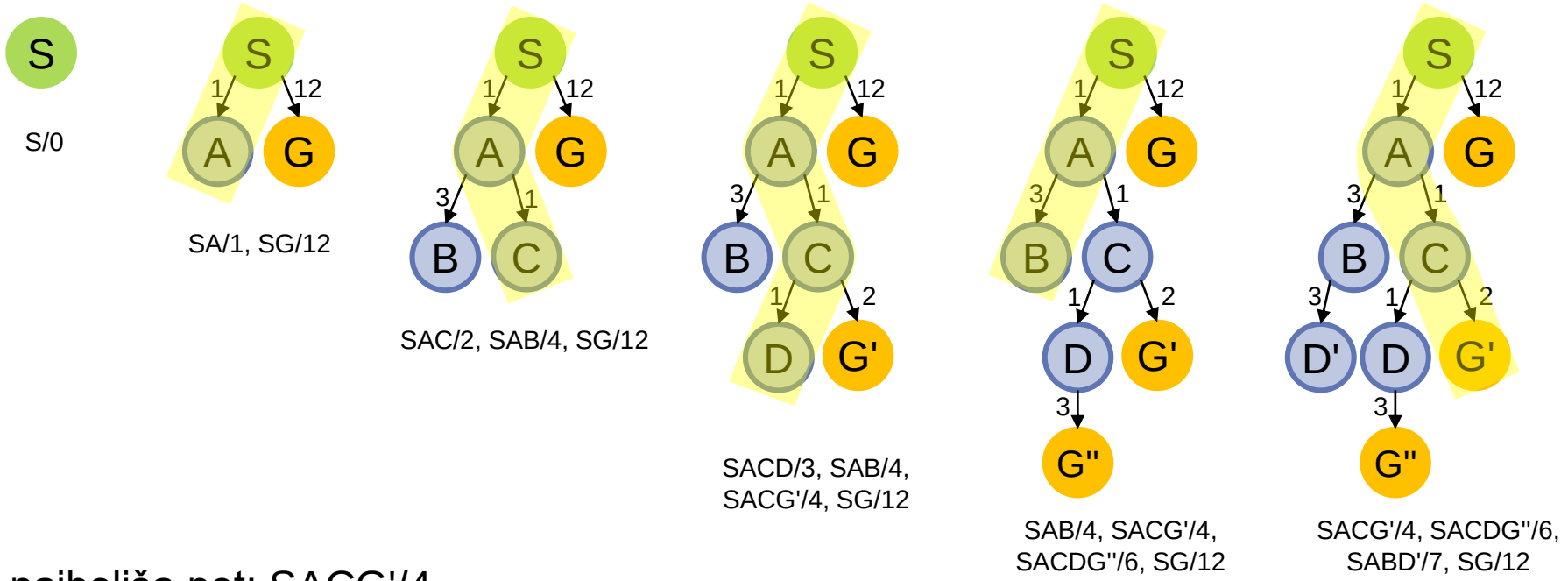
- angl. *uniform-cost search, (best-first search with no heuristic)*
- posplošitev **iskanja v širino**
  - iskanje v širino je optimalno, če so cene vseh povezav enake 1
- če cene vseh povezav **niso enake**, je optimalno **razviti vozlišče, ki ima najmanjšo skupno ceno dosedanje poti** – $g(n)$
- fronta je urejena kot prioritetna vrsta
- test, ali je vozlišče ciljno, opravimo šele, ko je vozlišče na vrsti za razvijanje in ne ob generiranju vozlišča
  - zakaj?
  - ciljno vozlišče morda ni optimalno (obstaja boljša rešitev)
  - morda do najdenega optimalnega cilja vodi krajša pot



Cenovno-optimalno iskanje

- primer





- rešitev: najboljša pot: SACG'/4

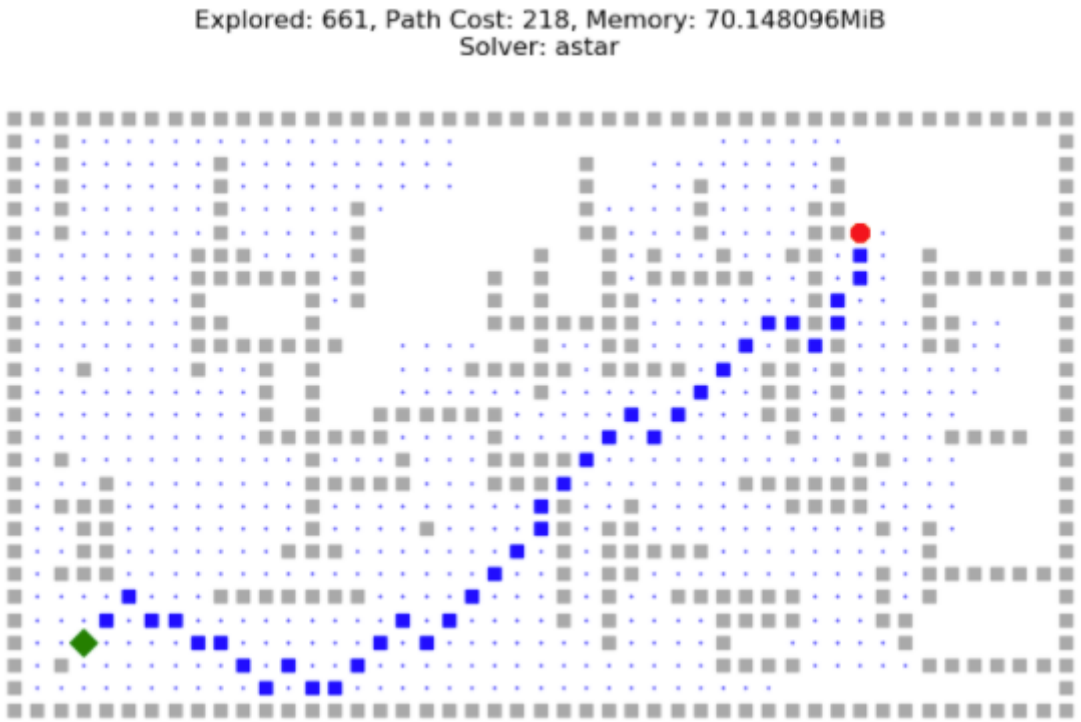
Učinkovitost iskanja

- za potrebe analize predpostavimo, da je prostor stanj drevo:
  - globina (*depth*) optimalne rešitve naj bo $\boldsymbol{d}$
  - stopnja vejanja (*branching factor*) naj bo $\boldsymbol{b}$, na nivoju $\boldsymbol{d}$ imamo torej b^d vozlišč
  - največja globina drevesa naj bo $\boldsymbol{max}$
  - $\boldsymbol{C^*}$ naj bo cena optimalne rešitve
  - $\boldsymbol{\epsilon}$ naj bo najmanjša cena povezave

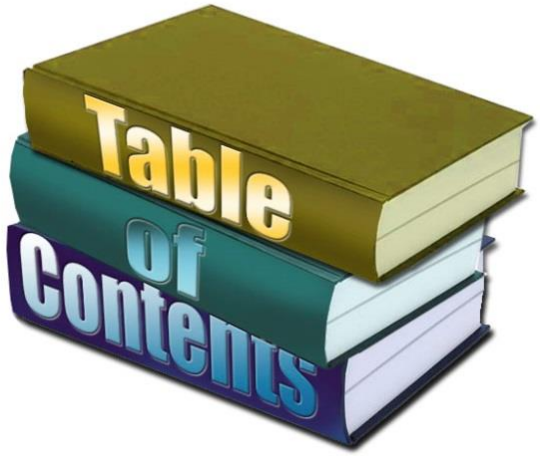
- **POPOLNOST** (angl. *completeness*):
  - Da, za cene povezav > 0.
- **OPTIMALNOST** (angl. *optimality*):
  - Da.
- **ČASOVNA in PROSTORSKA ZAHTEVNOST**:
  - odvisni sta od cen poti in ne od globine d in vejanja b
  - zahtevnost $O\left(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor}\right)$, kar je lahko veliko več kot $O\left(b^d\right)$
  - če so vse cene poti enake, se zahtevnost poenostavi v $O\left(b^{1+d}\right)$
    - zakaj $O\left(b^{d+1}\right)$ in ne $O\left(b^d\right)$?

Demo

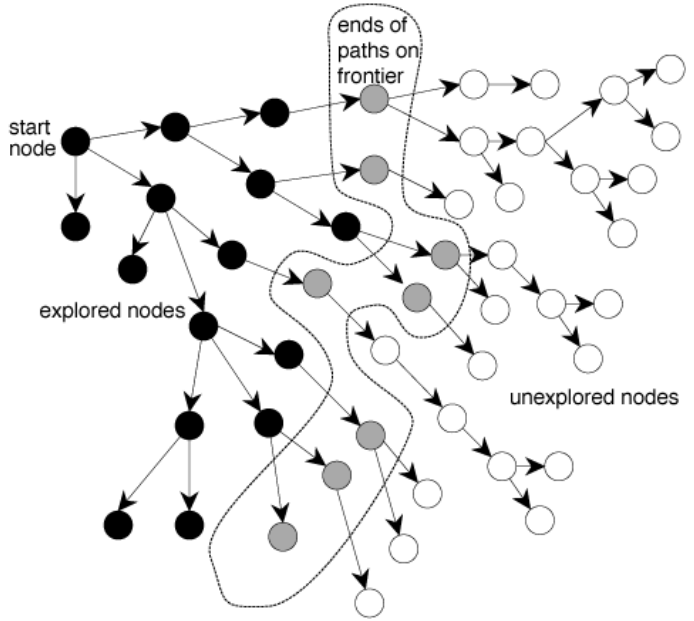
- Searching in AI
  https://medium.com/analytics-vidhya/searching-in-ai-e05973068c8e



Pregled



- preiskovanje prostora stanj
  - neinformirani preiskovalni algoritmi
    - iskanje v širino
    - iskanje v globino
    - iterativno poglabljanje
    - dvosmerno iskanje
    - cenovno – optimalno iskanje
  - informirani preiskovalni algoritmi
    - hevristično preiskovanje (primer)
    - požrešno preiskovanje
    - A*
    - IDA*
    - kakovost hevrističnih funkcij




Informirano preiskovanje